

# 問いと図で確かめる

## 必要条件と十分条件

対象集合を固定し、条件を結ぶ矢印の向きと反例を確かめます。

### 問題 1

整数について「4の倍数なら偶数」は成り立ちますか。逆の「偶数なら4の倍数」も成り立ちますか。

01

整数 / 4の倍数  
なら偶数

02

偶数なら4の倍数？

03

矢印の逆を考える

### 問題 2

対象は整数です。「偶数 $\Rightarrow$ 4の倍数」を否定する反例を1つ挙げましょう。

01

対象は整数

02

4の倍数 $\Rightarrow$ 偶数

03

逆への反例は？

### 問題 3

対象を実数全体とします。「 $x=2$ 」は「 $x^2=4$ 」の必要条件ですか、十分条件ですか。

01

対象は実数

02

$x=2$  と  $x^2=4$

03

必要？十分？

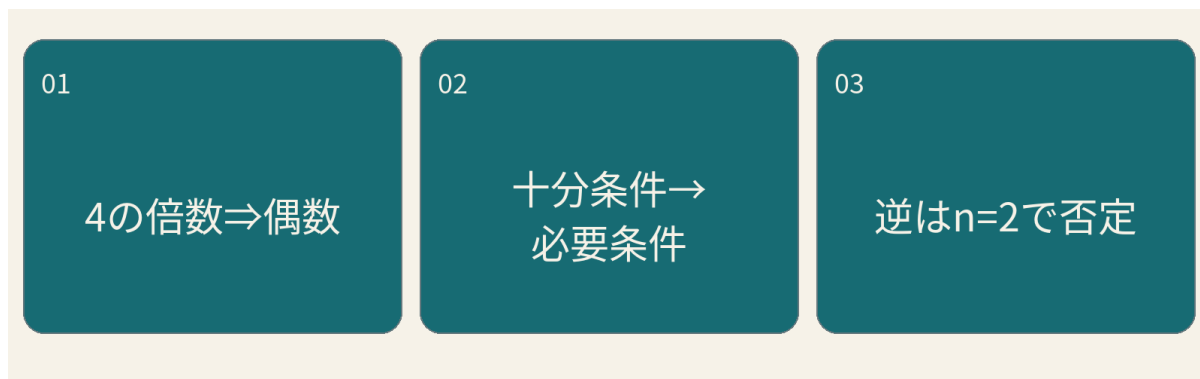
# 解答と理由

## 必要条件と十分条件

### 問題 1 の解答

4の倍数 $\Rightarrow$ 偶数は成り立ちます。逆は成り立ちません。

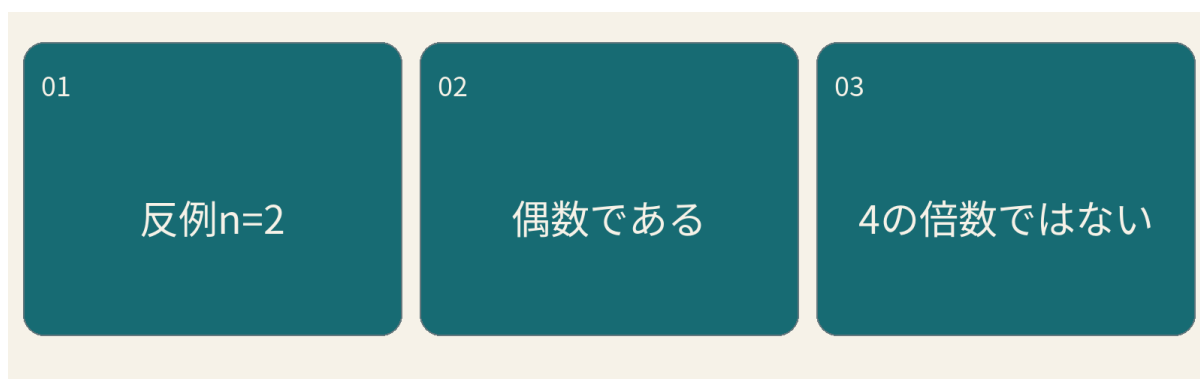
整数 $k$ に対し $4k=2 \times (2k)$ なので偶数です。逆には $n=2$ が反例で、偶数ですが4の倍数ではありません。



### 問題 2 の解答

反例 $n=2$

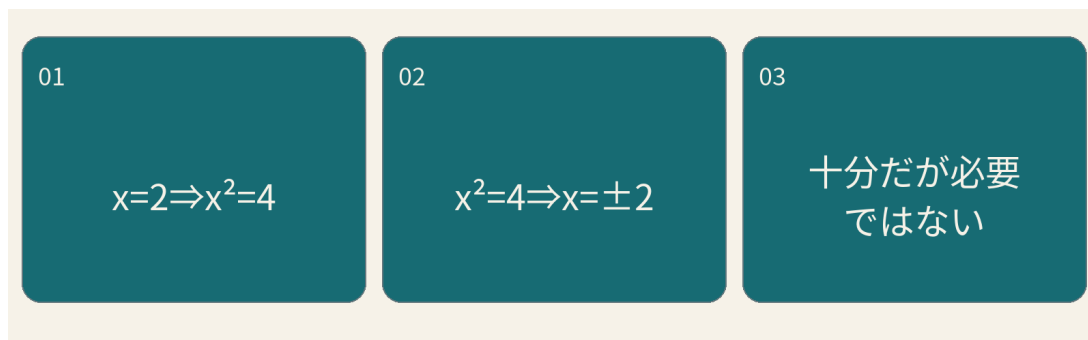
2は偶数で、4の倍数ではありません。逆の命題が偽であることは、この反例1つで示せます。3は偶数でないので反例として使えません。



### 問題 3 の解答

十分条件ですが、必要条件ではありません。

$x=2$ なら $x^2=4$ です。一方、 $x^2=4$ の解は $x=\pm 2$ なので、 $x=-2$ もあります。対象を正の実数に限ると $-2$ は除かれ、結論が変わります。



# 要点と解説をつなぐ

## 必要条件と十分条件

### 条件の矢印

Pを「4の倍数」、Qを「偶数」とすると $P \Rightarrow Q$ です。出発側のPはQの十分条件、到着側のQはPの必要条件です。QだけではPを保証しません。

### 集合で考える

4の倍数の集合は偶数の集合に含まれます。絞った条件から広い条件への矢印は成り立ちますが、逆向きは保証されません。

### 反例の条件

逆は $Q \Rightarrow P$ です。Qが真でPが偽になる対象を探します。n=2なら偶数かつ4の倍数ではないので反例です。PもQも偽の3を選んでも、逆を否定する反例にはなりません。

### 証明と対象集合

全てについて成り立つことは一般形で示し、偽であることは反例1つで示します。有限個の例の列挙だけを一般の証明にしません。実数全体と正の実数のように、対象集合を変えると必要十分性も変わります。

### 要点

両方向が成り立つときは必要十分条件です。まず対象集合と正しい矢印を確認し、出発と到着の条件を取り違えないようにします。

01

4の倍数の集合  
 $\subseteq$  偶数の集合

02

絞った条件から  
広い条件へ

03

逆向きは保証  
されない