問いと図で確かめる

余弦定理

条件と数値は図・表示の記録にそろえています。問題、解答、続く理由を対応させて確かめます。

問題 1

直角でない三角形にも三平方を広げられる？。二辺と挟角を対応。直角でない場合の補正は？

01

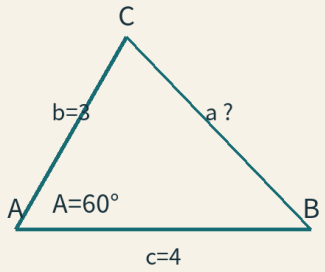
二辺と挟角を対応

02

直角でない場合の補正は？

問題 2

二辺3,4、挟角60°の三角形の残る辺を求めよう。。二辺3と4。その挟角60°。角の向かいの辺は？



二辺3と4

その挟角60°

角の向かいの辺は？

問題 3

二辺3と4。挟角90°なら補正項は？

01

二辺3と4

02

挟角90°なら補正項は？

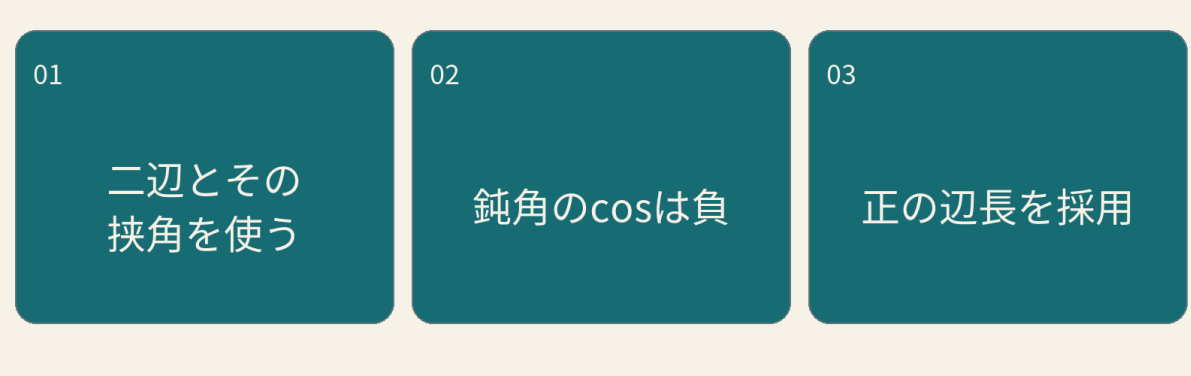
解答と理由

余弦定理

問題 1 の解答

挟角のcosによる補正を加えると、三平方を直角でない三角形にも広げられます。

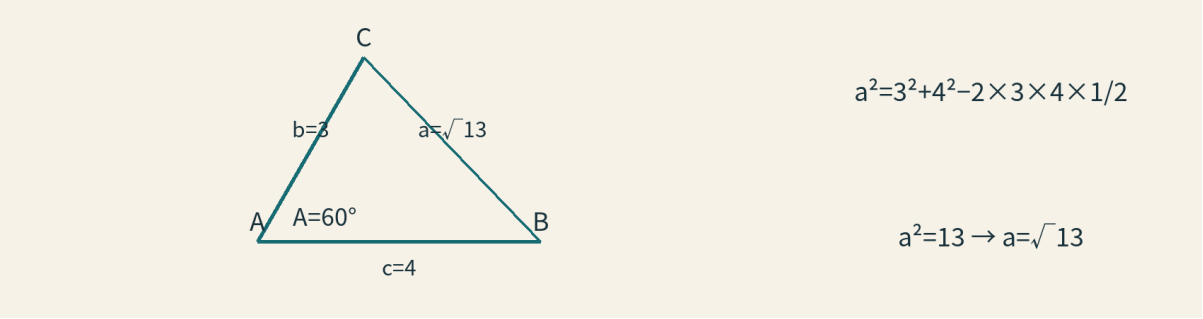
挟角をA、その両側の辺をb,c、向かいの辺をaとすれば、$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$です。A=90°ではcosA=0となり三平方に戻ります。



問題 2 の解答

$a^2=3^2+4^2-2\times3\times4\times1/2$。$a^2=13 \to a=\sqrt{13}$

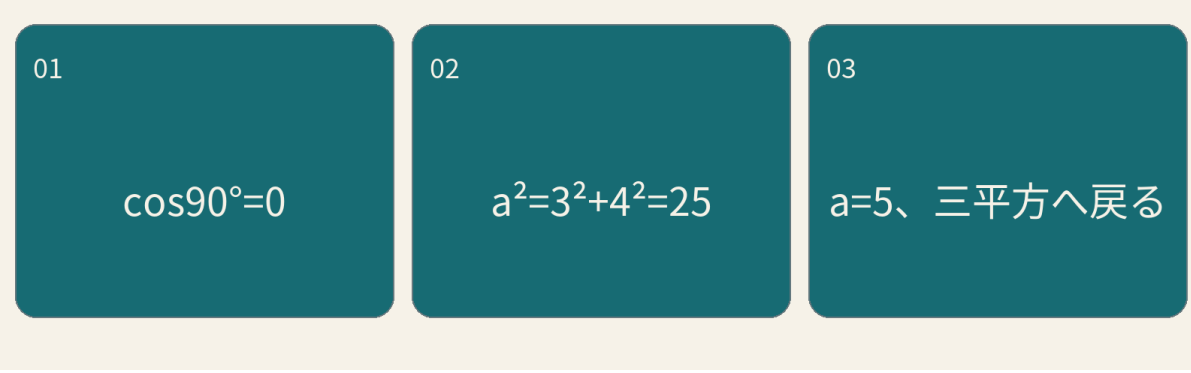
$a^2=3^2+4^2-2\times3\times4\times1/2$。$a^2=13 \to a=\sqrt{13}$



問題 3 の解答

$\cos90°=0$。$a^2=3^2+4^2=25$。a=5、三平方へ戻る

$\cos90°=0$。$a^2=3^2+4^2=25$。a=5、三平方へ戻る



要点と解説をつなぐ

余弦定理

挟角を確かめる

角Aを挟む2辺をb,c、向かいの辺をaとすると、$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$です。垂線で長さを分けて二乗を展開すると、補正項の意味が確かめられます。

60°の例

b=3、c=4、A=60°なら$a^2=9+16-24\times(1/2)=13$です。$a=\sqrt{13}$を正確な値として残し、近似しても等号と近似を区別します。

直角・鈍角との比較

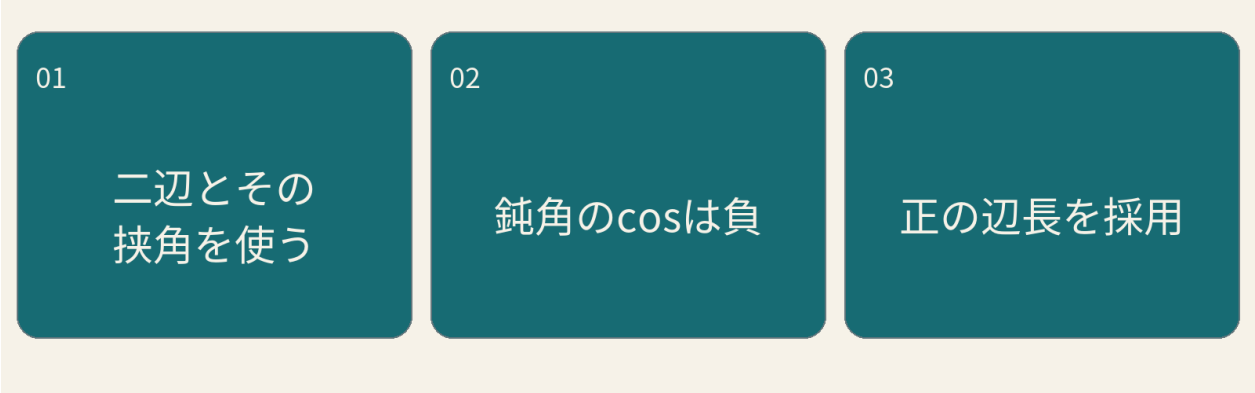
A=90°なら補正項は0となりa=5です。A=120°では$\cos A<0$なので$a^2=37$となります。同じ2辺でも挟角によって向かいの辺が変わります。

成立条件と使い分け

三角形が成立する角と辺の条件を保ちます。辺と対角の組がある場合の正弦定理、2辺と挟角がある場合の余弦定理を区別して選びます。

図と単位へ戻す

求めたaは辺の長さで、a^2とは別です。元の図の辺の対応と長さの単位をそろえ、二乗の単位も含めて式へ戻して確かめます。

固定する条件の確認

b,cは角Aを挟む2辺。。三角形が成立し、面積は正。