

問いと図で確かめる

三角形の面積

条件と数値は図・表示の記録にそろえています。問題、解答、続く理由を対応させて確かめます。

問題 1

高さが分からなくても面積を求められる？。面積 = 底辺 × 高さ ÷ 2。二辺と間の角は分かる。高さが測れないときは？

01

面積 = 底辺
× 高さ ÷ 2

02

二辺と間の
角は分かる

03

高さが測れ
ないときは？

問題 2

二辺4,6、間の角30°の三角形の面積を求めよう。a = 4, b = 6。間の角 C = 30°。S = ½ ab sin C。面積 S は？

01

a = 4, b = 6

02

間の角
C = 30°

03

S = ½
ab sin C

04

面積 S は？

問題 3

同じ二辺で間の角30°と150°、面積は等しい？。a = 4, b = 6。C = 30° の三角形。C = 150° の三角形

01

a = 4, b = 6

02

C = 30°
の三角形

03

C = 150°
の三角形

04

面積は等しい？

解答と理由

三角形の面積

問題 1 の解答

2辺とその間の角が分かれば、高さをsinで表して面積を求められます。
2辺をa,b、挟角をθとすると $S=(1/2)ab \sin\theta$ です。図で高さ $b \sin\theta$ を作り、底辺×高さ÷2へつなげます。

角 C	sin C	高さ (b=6)	面積 (a=4)	30° と 150° は同じ面積
30°	1/2	3	6	
90°	1	6	12	最大は 90° のとき
150°	1/2	3	6	

問題 2 の解答

$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin 30^\circ$ 。 $\sin 30^\circ = 1/2$ 。 $S = 6$ 。 確認： $h = 6 \times 1/2 = 3$ 。 高さを使っても同じ6
 $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin 30^\circ$ 。 $\sin 30^\circ = 1/2$ 。 $S = 6$ 。 確認： $h = 6 \times 1/2 = 3$ 。 高さを使っても同じ6

01	02	03	04
$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin 30^\circ$	$\sin 30^\circ = 1/2$	$S = 6$	確認： $h = 6 \times 1/2 = 3$

問題 3 の解答

30° と 150° は同じ面積。 最大は 90° のとき。 $S = \frac{1}{2}ab \sin C$ で比較
30° と 150° は同じ面積。 最大は 90° のとき。 $S = \frac{1}{2}ab \sin C$ で比較

角 C	sin C	高さ (b=6)	面積 (a=4)	30° と 150° は同じ面積
30°	1/2	3	6	
90°	1	6	12	最大は 90° のとき
150°	1/2	3	6	

要点と解説をつなぐ

三角形の面積

記号を決める

記号を決める。a = 辺CBの長さ。b = 辺CAの長さ。C = 頂点Cの角（a と b の間）。 $0^\circ < C < 180^\circ$ 。
三角形ABCの記号

高さを作る直角三角形

高さを作る直角三角形。底辺：辺CB（長さ a）。高さ h：A から直線CB への垂線。斜辺 b の直角三角形ができる。垂線で直角三角形を作る

高さを角で表す

高さを角で表す。 $\sin C = \text{向かいの辺} \div \text{斜辺}$ 。 $\sin C = h \div b$ 。 $h = b \sin C$ 。高さを辺と角で表す

面積の公式

面積の公式。 $S = a \times h \div 2$ 。 $h = b \sin C$ 。 $S = \frac{1}{2} ab \sin C$ 。二辺と間の角で面積が決まる

使える条件

使える条件。C は a と b がはさむ角。別の角では高さにならない。a, b の単位をそろえる。式を使う
前の確認

底辺を替えても同じ

底辺を替えても同じ。底辺 CB → 高さ $b \sin C$ 。底辺 CA → 高さ $a \sin C$ 。どちらも $S = \frac{1}{2} ab \sin C$ 。
底辺の選び方によらない

直角で確かめる

直角で確かめる。 $C = 90^\circ \rightarrow \sin 90^\circ = 1$ 。 $S = \frac{1}{2} ab$ 。直角三角形の式と一致。知っている場合で照合

$\sin 30^\circ$ を図で決める

$\sin 30^\circ$ を図で決める。正三角形を半分に切る。斜辺 2、 30° の向かいの辺 1。 $\sin 30^\circ = 1/2$ 。 $30^\circ \cdot 60^\circ \cdot 90^\circ$ の三角形

面積の意味で確かめる

面積の意味で確かめる。底辺 4、高さ 3。長方形 $3 \times 4 = 12$ 。三角形はその半分 = 6。 $\frac{1}{2}$ の付け忘れを防ぐ

鈍角のとき

鈍角のとき。 $C > 90^\circ$ （鈍角）。垂線の足は三角形の外。外側の角 = $180^\circ - C$ 。垂線の足が外に出る

鈍角でも同じ式

鈍角でも同じ式。 $h = b \sin(180^\circ - C)$ 。 $\sin(180^\circ - C) = \sin C$ 。 $S = \frac{1}{2} ab \sin C$ のまま。鈍角でも公式は同じ

要点と解説をつなぐ

三角形の面積

角を変えると面積は？

角を変えると面積は？。a = 4, b = 6 で固定。C = 90° で最大 12。C → 0° や 180° で 0 に近づく。角だけを動かす

測れない高さの代わりに

測れない高さの代わりに。高さが測れない土地。二辺と間の角を測る。測定の精度も記録。現実の場面へ

三辺だけ分かるとき

三辺だけ分かるとき。三辺が分かる。余弦定理で cos C。sin C を求めて S = 1/2 ab sin C。二辺と間の角にそろえる

平行四辺形なら

平行四辺形なら。平行四辺形 = 同じ三角形 2つ。面積 = ab sin C。角がずれた長方形にも使える。三角形二つ分

固定する条件の確認

角θはa,bの挟角。。面積が正の三角形を考える。

角 C	sin C	高さ (b=6)	面積 (a=4)
30°	1/2	3	6
90°	1	6	12
150°	1/2	3	6

30° と 150° は同じ面積

最大は 90° のとき