

問いと図で確かめる

測定のモデル

条件と数値は図・表示の記録にそろえています。問題、解答、続く理由を対応させて確かめます。

問題 1

近づけない地点までの距離を角から求められる？。向こう岸の木 C。こちら側で長さや角は測れる。川を渡らずに距離は？

01

向こう岸の木 C

02

こちら側で長さ
と角は測れる

03

川を渡らず
に距離は？

問題 2

基線 $AB=10$ m、 $\angle A=\angle B=45^\circ$ とします。木 C から基線 AB までの垂直距離 h を求めてください。

01

$AB = 10$ m (基線)

02

$\angle A = 45^\circ, \angle B = 45^\circ$

03

C から AB
への垂線の長さ
 h は？

問題 3

基線 AB の長さや、A から木 C を見る角だけが分かっています。C までの距離は一意に決まりますか。

01

AB の長さは既知

02

測れた角は
 $\angle A$ だけ

03

C までの距離
は一通り？

解答と理由

測量のモデル

問題 1 の解答

基線と両端の角から三角形を定め、川幅に当たる垂線の長さhを求めます。

この例はAB=10 m、両端45°なので、垂線の足は基線の中央、h=5 mです。木までの斜めの距離ACと、直線ABへの垂直な距離hは区別します。

両端の角	高さ h (約)
44°	4.8 m
45°	5 m
46°	5.2 m

角1°のずれで約20 cm 近く変わる

答えに測定の精度を添える

問題 2 の解答

h=5 mです。

CからABへ下ろした垂線の足をMとすると、 $\tan 45^\circ = 1$ よりAM=BM=CMです。AM+BM=10 mなのでAM=BM=5 m、したがってh=CM=5 mです。

01
 $\tan 45^\circ = 1 \rightarrow AM = MC = BM$

02
 $AM + BM = 10 \text{ m}$

03
 $AM = BM = 5 \text{ m}$

04
 $h = 5 \text{ m}$

問題 3 の解答

一意には決まりません。

Aから測った角で決まる半直線上なら、Cが近くても遠くても同じ角になります。もう1つの角や長さなどの情報が必要です。

01
A からの線上の点
はすべて $\angle A$
が同じ

02
C の位置が一つ
に決まらない

03
 $\rightarrow$ もう一つの
角か長さが必要

要点と解説をつなぐ

測量のモデル

基線と角を測る

基線と角を測る。A, B：こちらの岸の2地点。基線 AB：巻き尺で測る。C：向こう岸の木。∠A, ∠B：木を見る向きの角。測れる量を決める

モデルにする

モデルにする。地面は平ら、木は点。A, B, C は同じ平面。h：C から直線 AB への垂線の長さ。現実を図に置き換える

何を答えにするか

何を答えにするか。AC：斜めの距離。h：川幅にあたる垂直な距離。AC は h より長い。求める量を先に決める

タンジェントを決める

タンジェントを決める。tan = 向かいの辺 ÷ 隣の辺。45° → 直角二等辺三角形。tan 45° = 1。比の定義を確認

二つの直角三角形

M：垂線の足。MC = AM × tan A。MC = BM × tan B。垂線で二つの直角三角形に分ける

足し算の関係

足し算の関係。∠A, ∠B が鋭角 → M は A と B の間。AM + BM = AB。MC = h。式を組み合わせる準備

別の見方で確かめる

別の見方で確かめる。∠C = 180° - 45° - 45° = 90°。直角二等辺三角形。高さ = 斜辺の半分 = 5 m。二つの方法で一致

一般の角でも

一般の角でも。AM = h ÷ tan A。BM = h ÷ tan B。h ÷ tan A + h ÷ tan B = AB。一本の方程式で h が決まる

三角形が一通りに決まる理由

三角形が一通りに決まる理由。一辺 + 両端の角 → 三角形は一通り。A からの線と B からの線。交わるなら一点。決まる条件

交わらない場合

交わらない場合。∠A + ∠B ≥ 180° → 交わらない。180° に近い → 交点が遠く不安定。角の和に余裕があるか確認。三角形が成立する条件

要点と解説をつなぐ

測量のモデル

角の誤差の影響

角の誤差の影響。角1°のずれで約20 cm 近く変わる。答えに測定の精度を添える。基線10 m、両端の角が等しい場合

基線の長さの選び方

基線の長さの選び方。両端の角を等しく取る場合。45° 付近で h のずれが最小。基線は長ければよいわけではない。誤差に強い配置

切り捨てた条件を書く

切り捨てた条件を書く。地面の傾き。木の幅。目の高さ。どの範囲で信頼できるか。モデルの限界

固定する条件の確認

A,B,Cは同じ平面上、ABは測定できる基線。。この例の両角は45°。測りたい距離は垂線の長さ。

問題2の条件

基線ABと木Cで作る三角形を考える。。A、Bから基線に対して木を見る角はともに45°。

問題3の条件

分かっている角はAの1つだけ。。基線ABの長さは既知。

両端の角	高さ h (約)
44°	4.8 m
45°	5 m
46°	5.2 m

角1°のずれで約20 cm 近く変わる

答えに測定の精度を添える