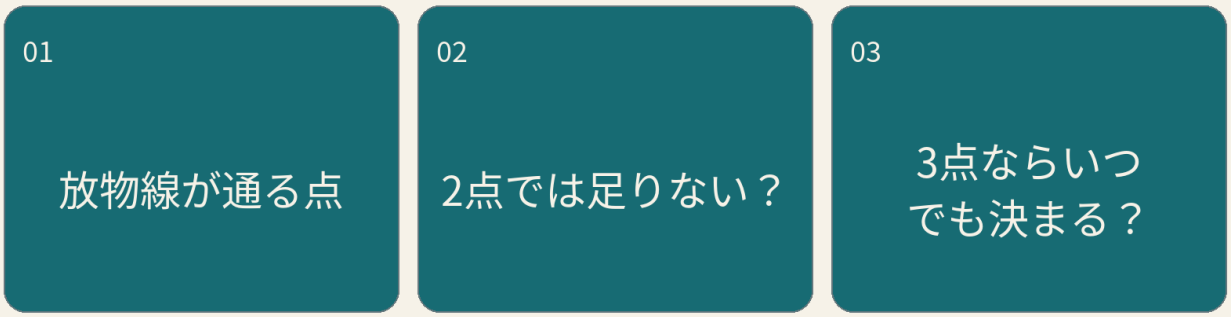
# 問いと図で確かめる

条件から二次関数を決める

条件と数値は図・表示の記録にそろえています。問題、解答、続く理由を対応させて確かめます。

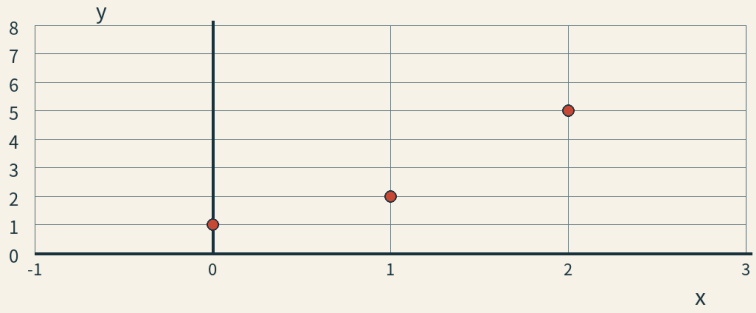
## 問題 1

3点が分かればいつ放物線が決まる？。放物線が通る点。2点では足りない？。3点ならいつでも決まる？




## 問題 2

3点(0,1)、(1,2)、(2,5)を通る二次関数を求めてください。




(0, 1)

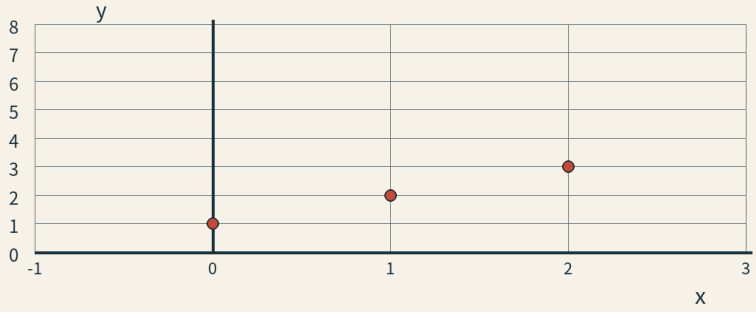
(1, 2)

(2, 5)

$y = ax^2 + bx + c$ は？

## 問題 3

3点(0,1)、(1,2)、(2,3)を通り、a≠0である二次関数$y=ax^2+bx+c$は作れますか。




(0, 1)

(1, 2)

(2, 3)

$a \neq 0$ の二次関数は？

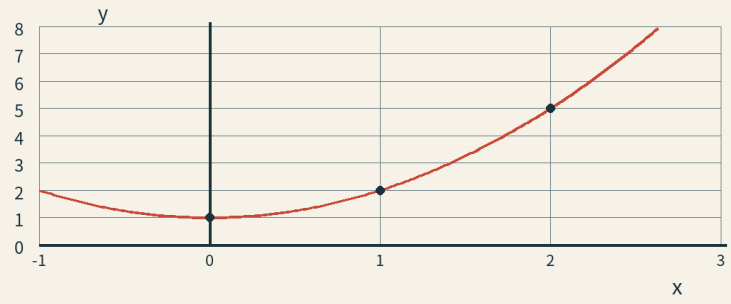
# 解答と理由

条件から二次関数を決める

## 問題 1 の解答

x座標がすべて異なる3点なら、$y=ax^2+bx+c$の係数は一意に決まります。

各点の座標を代入して3本の方程式を作ります。ただし解いたaが0なら直線であり、二次関数の放物線とは呼びません。2点だけでは一般に一意に決まりません。




$c = 1$

$a + b = 1$

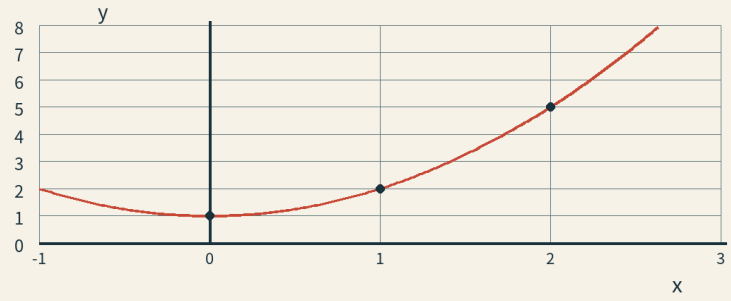
$2a + b = 2$

$y = x^2 + 1$

## 問題 2 の解答

$y=x^2+1$です。

$y=ax^2+bx+c$と置くと$c=1$、$a+b=1$、$4a+2b=4$。後の2式から$a=1$、$b=0$となり、3点すべてを満たします。




$c = 1$

$a + b = 1$

$2a + b = 2$

$y = x^2 + 1$

## 問題 3 の解答

作れません。3点を通る式は$y=x+1$となります。

代入すると$c=1$、$a+b=1$、$2a+b=1$なので$a=0$、$b=1$。$a\neq0$に反するため二次関数にはなりません。

01

$c = 1$

02

$a + b = 1,$
$2a + b = 1$

03

$a = 0, b = 1$

04

$y = x + 1$
（直線）

# 要点と解説をつなぐ

条件から二次関数を決める

## 二次関数の形

二次関数の形。$y = ax^2 + bx + c$。a, b, c は定数。$a \neq 0$（$a = 0$ なら直線）。決めたい数は a, b, c

## 条件の数を数える

条件の数を数える。未知の数：a, b, c の3つ。1点 → 方程式1本。目安は3点。未知数と条件の数

## 点を通る＝代入して成り立つ

点を通る＝代入して成り立つ。点 (3, 10) を通る。$10 = 9a + 3b + c$。1点 → a, b, c の一次方程式1本。条件を方程式にする

## 2点では足りない

2点では足りない。通る点：(0, 0) と (1, 1)。$y = x^2$ は通る。$y = 2x^2 - x$ も通る。→ 1つに決まらない。候補が複数残る

## x座標は異なること

x座標は異なること。x 座標は3つとも異なる。同じ x で違う y → 関数にならない。同じ点の重複 → 条件が増えない。3点の条件

## 代入し直して確かめる

代入し直して確かめる。$x = 0 \to 1$。$x = 1 \to 2$。$x = 2 \to 5$。$a = 1 \neq 0$ → 二次関数。求めた式を条件に戻す

## グラフで読む

グラフで読む。$c = 1$。$a + b = 1$。$2a + b = 2$。3点を通る放物線 $y = x^2 + 1$

## 解く順序の工夫

解く順序の工夫。$x = 0$ の点 → c が直接決まる。残り2本は a, b だけ。引き算で a, b。消える項を利用する

## ただ一つに決まる理由

ただ一つに決まる理由。2つの式が同じ3点を通ると仮定。差の式は3つの x で 0。2次以下で零点3つ → 差は 0。→ 式はただ一つ。一意性の理由

## 条件に合わせて形を選ぶ

条件に合わせて形を選ぶ。頂点 (p, q) が分かる。$y = a(x - p)^2 + q$。未知は a だけ → もう1点。式の形を選ぶ

# 要点と解説をつなぐ

条件から二次関数を決める

## 軸が分かるとき

軸が分かるとき。軸 x = p が分かる。未知は a と q の2つ。あと2点で決まる。未知の数と条件の数を比べる

## aが0になる場合

aが0になる場合。x 座標が異なる → 2次以下の式は1つ。一直線に並ぶ → a = 0。a = 0 → 二次関数は存在しない。答えが「ない」場合も結論

## 測定データに当てはめるとき

測定データに当てはめるとき。3点を通る式は作れる。4点目が外れることもある。使った点を明記。残りの点で予測を確認。データとモデル

## 固定する条件の確認

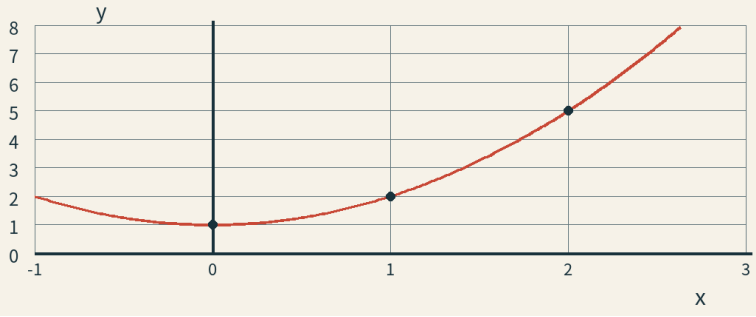
3点のx座標が異なる。。二次関数と呼ぶにはa≠0が必要。

## 問題2の条件

同じ座標平面上の3点を通る。。二次関数$y=ax^2+bx+c$として係数を決める。

## 問題3の条件

二次関数の条件はa≠0。。3点すべてを通る。




$c = 1$

$a + b = 1$

$2a + b = 2$

$y = x^2 + 1$