

問いと図で確かめる

二次関数のモデル

条件と数値は図・表示の記録にそろえています。問題、解答、続く理由を対応させて確かめます。

問題 1

固定した周の長さで面積はどう変わる？。ひもの長さ 20 = 周の長さ。形を変えると面積は？。作れない形は？

01	02	03
ひもの長さ 20 = 周の長さ	形を変えると 面積は？	作れない形は？

問題 2

周の長さが20の長方形で、横の長さを x とします。面積を x の式で表し、 x のとり得る範囲を求めてください。

01	02	03	04
周の長さ 20	横 = x 、 縦は？	面積 A は？	x の範囲は？

問題 3

面積の式 $A=x(10-x)$ に、長方形の横の長さとして $x=12$ を入れてはいけない理由を、辺の長さで説明してください。

01	02	03
$A = x(10 - x)$	$x = 12$ を代入すると？	実物の辺で 考えると？

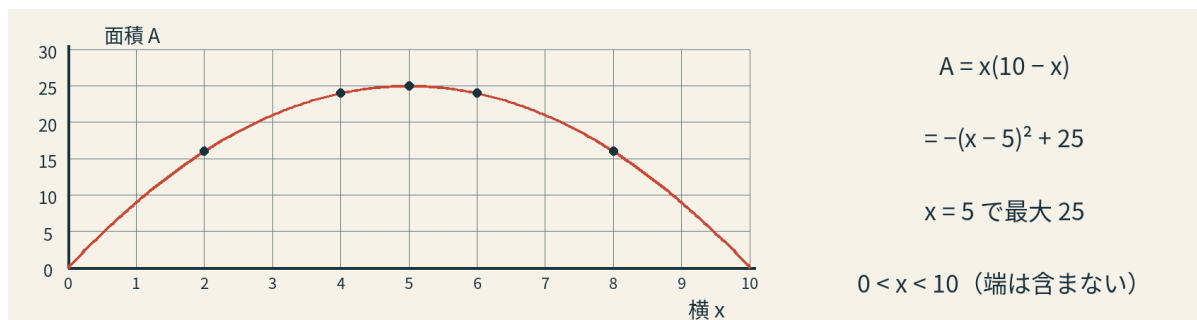
解答と理由

二次関数のモデル

問題 1 の解答

横の長さ x に応じて $A=x(10-x)$ と変わり、正方形のときに最大になります。

周20の長方形では縦は $10-x$ です。 $A=-(x-5)^2+25$ より、 $x=5$ で最大25。 $x=12$ は縦が負になるため許されません。



問題 2 の解答

面積 $A=x(10-x)$ 、範囲は $0 < x < 10$ です。

縦と横の和が10なので、縦は $10-x$ です。両辺が正の長さであるため $x > 0$ かつ $10-x > 0$ となります。

01 縦 = $10 - x$	02 $A = x(10 - x)$	03 $x > 0$ かつ $10 - x > 0$	04 $0 < x < 10$
--------------------	-----------------------	----------------------------------	--------------------

問題 3 の解答

縦が $10-12=-2$ となり、長方形の辺にならないためです。

横の2辺だけでも $12 \times 2 = 24$ で周の長さ20を超えます。式自体では $A=-24$ と計算できても、元の長方形の条件を満たす面積ではありません。

01 $x = 12 \rightarrow$ 縦 = $10 - 12 = -2$	02 負の長さの辺 は作れない	03 横2本で $24 > 20$	04 $A = -24$ は 意味がない
--	-----------------------	-------------------------	----------------------------

要点と解説をつなぐ

二次関数のモデル

横を文字で表す

横を文字で表す。周の長さ 20 cm。横 = x 。縦 + 横 = $20 \div 2 = 10$ 。変える量を文字に

文字の意味を書く

文字の意味を書く。横を x としても。縦を x としても。文字の意味と単位を先に書く。変数の宣言

具体例で比べる

具体例で比べる。横2・縦8。横4・縦6。横5・縦5。周はどれも20

なぜ式にするのか

なぜ式にするのか。数個の計算では調べきれない。横 4.5 のときは？。式なら全ての x をまとめて調べられる。表から式へ

式と範囲をセットで

式と範囲をセットで。面積を x の式で表す。 x として許される範囲。式と範囲はセット。モデルの二つの部品

上に凸の放物線

上に凸の放物線。 $A = -x^2 + 10x$ 。 x^2 の係数は -1 。上に凸 $\rightarrow$ 最大がある。展開して形を見る

平方完成で最大を見る

平方完成で最大を見る。 $A = x(10 - x) = -(x - 5)^2 + 25$ 。 $x = 5$ で最大 25。 $0 < x < 10$ （端は含まない）。周20の長方形の面積

頂上の近く

頂上の近く。 $x = 4, 6 \rightarrow A = 24$ 。5 から 1 離れる $\rightarrow$ 1 小さい。 $(x - 5)^2 = 1$ 。平方完成の式で読む

答えを形の言葉に戻す

答えを形の言葉に戻す。 $x = 5 \rightarrow$ 縦も 5。正方形のとき最大。周を固定した長方形で最も広い。式から現実へ

左右対称の理由

左右対称の理由。横2と横8 $\rightarrow$ どちらも16。横4と横6 $\rightarrow$ どちらも24。縦と横の入れ替え $\rightarrow x = 5$ で対称。軸 $x = 5$

範囲の端

範囲の端。 $x \rightarrow 0$ や 10 ：細長くなる。 $x = 0, 10$ ：線になる。端は含めない $\rightarrow$ 最小値なし。開いた範囲 $0 < x < 10$

要点と解説をつなぐ

二次関数のモデル

周がLのとき

周がLのとき。縦 + 横 = $L \div 2$ 。最大は 横 = $L \div 4$ 。正方形のとき最大。L = 20 $\rightarrow$ 5。一般の周でも同じ

数学の範囲と現実の範囲

数学の範囲と現実の範囲。ひもの太さ。角で使う長さ。細すぎる形は作れない。実際の範囲はもっと狭いかも

式は範囲と一緒に使う

式は範囲と一緒に使う。式はどんなxにも値を返す。意味があるのは範囲の中だけ。実物の言葉で確かめる。モデルの使い方

条件付きの問いにも

条件付きの問いにも。 $x(10-x) \geq 21$ 。 $(x-3)(x-7) \leq 0$ 。 $3 \leq x \leq 7$ 。 $0 < x < 10$ の内側。範囲の中で答える

固定する条件の確認

長方形の周は20。。辺が正になる定義域 $0 < x < 10$ 。

問題2の条件

縦・横はともに正の長さ。。周の長さは20で一定。

問題3の条件

周の長さ20の長方形。。横も縦も正でなければならない。

