

問いと図で確かめる

重複を含む並べ方

条件と数値は図・表示の記録にそろえています。問題、解答、続く理由を対応させて確かめます。

問題 1

A,A,Bに番号を付けた6通り、番号を消すと何組？。カード A, A, B。番号付き A1, A2, B：6通り

01

カード A, A, B

02

番号付き A1,
A2, B：6通り

03

番号を消す
と何組？

問題 2

文字A、A、Bを横一列に並べると、異なる文字列は何通りできますか。

01

文字：A, A, B

02

同じAは区別しない

03

異なる列は
いくつ？

問題 3

文字A、A、B、Bを横一列に並べると、異なる文字列は何通りできますか。

01

文字：A, A, B, B

02

同じ文字は
区別しない

03

異なる列は
いくつ？

解答と理由

重複を含む並べ方

問題 1 の解答

3組です。番号を消すとAAB、ABA、BAAになります。

2つのAに番号を付けた6通りでは、番号を消すと各並びが2回ずつ重なります。6÷2=3です。

番号付きの並び	番号を消すと
A1 A2 B / A2 A1 B	AAB
A1 B A2 / A2 B A1	ABA
B A1 A2 / B A2 A1	BAA

6通り → 3組（2つずつ重なる）

問題 2 の解答

3通りです。AAB、ABA、BAAです。

2つのAに仮に番号を付けた3!=6通りでは、同じ文字列がAの交換によって2回ずつ数えられるため、6÷2=3通りです。

番号付きの並び	番号を消すと
A1 A2 B / A2 A1 B	AAB
A1 B A2 / A2 B A1	ABA
B A1 A2 / B A2 A1	BAA

6通り → 3組（2つずつ重なる）

問題 3 の解答

6通りです。

番号付きなら4!=24通り。同じ文字列をAの交換2通りとBの交換2通りの積4回ずつ数えるので、24÷4=6通りです。

01

4! = 24

02

2! × 2! = 4

03

24 ÷ 4 = 6

要点と解説をつなぐ

重複を含む並べ方

区別するかを先に決める

区別するかを先に決める。見た目が同じ → 区別しない。列の違いが分からない → 同じ。今日の約束

見分けられないもの

見分けられないもの。赤い玉2つ・白い玉1つ。赤どうしは見分けられない。入れ替えても同じ列。
今日の数え方の出発点

番号を付けると6通り

番号を付けると6通り。A1, A2, B はすべて異なる。 $3! = 6$ 通り。A1 A2 B と A2 A1 B は別。区別して数える

番号を消すと重なる

番号を消すと重なる。A1 A2 B → AAB。A2 A1 B → AAB。Aの入れ替え： $2! = 2$ 通り。重なる数

重なる数がそろろう

どの列にも番号の付け方が2通り。重なる数がそろろう → 割り算。割ってよい理由

同じものを含む並べ方の式

同じものを含む並べ方の式。 $n! \div (p! \times q!)$ 。 n ：全部の個数。 p, q ：同じものの個数。区別して数え、入れ替えの数で割る

位置を選ぶと考える

位置を選ぶと考える。Bを置く位置を1つ選ぶ。 $3C1 = 3$ 通り。組合せと同じ答え。前回とのつながり

別の数え方で確かめる

別の数え方で確かめる。Bの位置：3通り。残りにA1, A2：2通りずつ。 $3 \times 2 = 6 \rightarrow$ 区別を消すと3。同じ答えになる

4枚に増やす

4枚に増やす。A, A, B, B。番号付き： $4! = 24$ 通り。Aの入れ替えとBの入れ替え。何で割る？

書き出して確かめる

書き出して確かめる。 $4C2 = 6$ 通り。Aを置く位置で書き出す

割る数は積

割る数は積。 $\times 24 \div 2 = 12$ （Bの重なりを忘れる）。AAABB： $5! \div (3! \times 2!)$ 。 $= 120 \div 12 = 10$ 通り。
同じもの全部の入れ替えで割る

要点と解説をつなぐ

重複を含む並べ方

最短の道順

最短の道順。右2区画・上2区画。 $\rightarrow \rightarrow \uparrow \uparrow$ を並べる。 $4! \div (2! \times 2!) = 6$ 通り。並べ方で道順を数える

大きな碁盤でも同じ

大きな碁盤でも同じ。右3区画・上2区画。 $5! \div (3! \times 2!) = 10$ 通り。並べ方の式で数える

約束で答えが変わる

約束で答えが変わる。区別できる $\rightarrow$ 割らない。区別しない $\rightarrow$ 入れ替えの数で割る。最初に約束を確かめる。何を同じとみなすか

手順のまとめ

手順のまとめ。1. 区別するかを決める。2. 全部を区別して並べる。3. 入れ替えの数の積で割る。同じものを含む並べ方の手順

固定する条件の確認

Aは2個、Bは1個。。A同士は見分けず、位置が変わる並びは区別。

問題2の条件

同じ文字Aどうしは区別しない。。左から右への文字の順序を区別する。

問題3の条件

同じ文字どうしは区別しない。。左右の順序を区別する。

番号付きの並び	番号を消すと
A1 A2 B / A2 A1 B	AAB
A1 B A2 / A2 B A1	ABA
B A1 A2 / B A2 A1	BAA

6通り $\rightarrow$ 3組（2つずつ重なる）