

問いと図で確かめる

確率の加法と余事象

条件と数値は図・表示の記録にそろえています。問題、解答、続く理由を対応させて確かめます。

問題 1

硬貨3回の8通り、塗らないマスから数えられる？。硬貨を3回：8通り。少なくとも1回表を塗る

01 硬貨を3回：8通り	02 少なくとも 1回表を塗る	03 塗らないマス から数えられる？
-----------------	-----------------------	--------------------------

問題 2

公平な硬貨を3回投げます。少なくとも1回表が出る確率を、余事象から求めてください。

01 公平な硬貨を3回	02 全結果：8通り	03 少なくとも1回 表の確率は？
----------------	---------------	-------------------------

問題 3

サイコロを1回振ります。偶数または3の倍数の目が出る確率を、重なりを補正して求めてください。

01 A：偶数の目	02 B：3の倍数の目	03 $P(A \cup B)$ は？
--------------	----------------	------------------------

解答と理由

確率の加法と余事象

問題 1 の解答

余事象を数え、全体8通りから引けば元の事象を数えられます。

少なくとも1回表の余事象は、3回とも裏の1通りです。したがって求める確率は $1 - 1/8 = 7/8$ 。複数事象の和では重なりも点検します。

回目	1	2	3
全部裏	裏	裏	裏

8通りのうち塗らないのは1つ

$$1 - 1/8 = 7/8$$

問題 2 の解答

7/8です。

余事象は3回とも裏で、その確率は1/8。したがって $1 - 1/8 = 7/8$ です。

回目	1	2	3
全部裏	裏	裏	裏

8通りのうち塗らないのは1つ

$$1 - 1/8 = 7/8$$

問題 3 の解答

2/3です。

偶数の確率 $3/6$ と3の倍数の確率 $2/6$ の和では、目6を2回数えます。共通の $1/6$ を引き、 $3/6 + 2/6 - 1/6 = 4/6 = 2/3$ です。

01

$$P(A) = 3/6、$$

$$P(B) = 2/6$$

02

$$P(A \cap B) = 1/6$$

03

$$3/6 + 2/6 -$$

$$1/6 = 2/3$$

要点と解説をつなぐ

確率の加法と余事象

硬貨3回の標本空間

硬貨3回の標本空間。1回ごとに2通り。 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 通り。何回目かを区別する。8通りは同様に確からしい

余事象

余事象：Aが起こらない。 $P(A) + P(A \text{でない}) = 1$ 。どの結果も一方にだけ入る。全体を二つに分ける

余事象の記号

余事象の記号。Aの上に横棒：Aの余事象。 $P(A \text{でない}) = 1 - P(A)$ 。記号の読み方

少なくとも1回の余事象

少なくとも1回の余事象。少なくとも1回表。余事象：3回とも裏。直接なら3つの場合を足す。数えやすい側を選ぶ

直接数えて確かめる

直接数えて確かめる。 $3 + 3 + 1 = 7$ 。 $7/8$ と一致。直接数える

回数が増えると

回数が増えると。10回とも裏：1通り。全体： $2^{10} = 1024$ 通り。 $1 - 1/1024 = 1023/1024$ 。余事象なら1つ数えるだけ

排反と加法定理

排反と加法定理。排反：同時に起こらない。 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 。排反なら足す

排反でないとき

排反でないとき。 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 。重なりを1回引く。集合の包除と同じ

排反かを判断する

排反かを判断する。1の目と2の目：排反。偶数と4以上：4, 6が共通。→排反ではない。両方に入る結果を探す

偶数と3の倍数

偶数と3の倍数。A（偶数）：2, 4, 6。B（3の倍数）：3, 6。6はどちらにも入る。排反ではない

書き出して確かめる

書き出して確かめる。当てはまる目：2, 3, 4, 6。 $4/6 = 2/3$ 。 $\times$ $5/6$ は6を2回数えた。一致を確かめる

要点と解説をつなぐ

確率の加法と余事象

余事象でも確かめる

余事象でも確かめる。どちらでもない目：1, 5。 $1 - 2/6 = 4/6 = 2/3$ 。加法定理の答えと一致。二つの道で確かめる

検算の合図

検算の合図。合計が1を超えた → 引き忘れ。 $0 \leq \text{確率} \leq 1$ 。余事象：全体が2つに分かれるか。表で確かめる

言葉の反対を正確に

言葉の反対を正確に。少なくとも1回表。余事象：1回も表が出ない。× 1回だけ表。余事象を言葉で書く

次回：独立な試行

次回：独立な試行。余事象：起こらない側が数えやすいとき。加法定理：排反かを確かめる。使い分け

固定する条件の確認

公平で独立な硬貨3回。。8通りを等確率とし、事象と余事象で全体を分ける。

問題2の条件

3回は公平で独立。。少なくとも1回表が出る事象を考える。

問題3の条件

6つの目が等確率のサイコロ。。「または」は両方の条件に当てはまる場合も含む。

回目	1	2	3
全部裏	裏	裏	裏

8通りのうち塗らないのは1つ

$$1 - 1/8 = 7/8$$